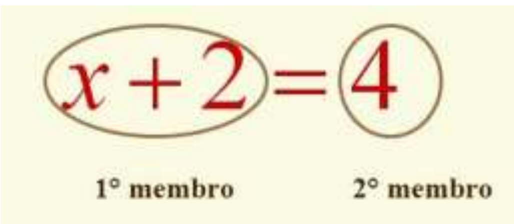
Equazioni di primo grado ad una incognita

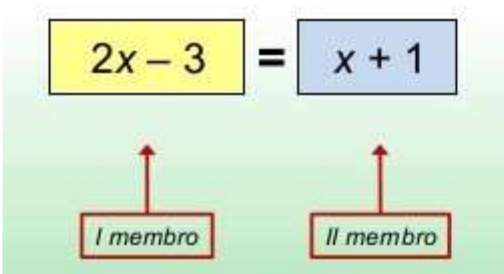
Un'equazione è un'uguaglianza tra due espressioni algebriche (tra due polinomi), nelle quali è presente **un'incognita.**

Risolvere un'equazioni significa trovare, quando esiste, il valore dell'incognita che rende vera l'uguaglianza: tale valore si chiama **soluzione dell'equazione.**

SOLUZIONE DETERMINATA **La soluzione esiste e può essere anche 0** **In simboli: ∃ sol**	$\boldsymbol{ax = b}$ Con $a \neq 0$ $\quad x = \frac{b}{a}$ *Esempio*: $2x = 3$ $\quad \boldsymbol{x = \frac{3}{2}}$
SOLUZIONE INDETERMINATA **Le soluzioni sono infinite** POSSO SOSTITUIRE QUALSIASI VALORE ALLA x PER OTTENERE UN'UGUAGLIANZA TRA I DUE TERMINI, QUINDI NON POSSO DETERMINARE IL VALORE ESATTO	$\boldsymbol{ax = b}$ Con $a = 0$ e $b = 0$ *Esempio*: $\boldsymbol{0x = 0}$
SOLUZIONE IMPOSSIBILE **La soluzione NON ESISTE -** *in simbli ∄ sol* QUALE VALORE MOLTIPLICATO PER 0 DA COME RISULTATO UN NUMERO (ESEMPIO 3)? NESSUNO, PER QUESTO LA SOLUZIONE E' IMPOSSIBILE	$\boldsymbol{ax = b}$ Con $a = 0$ e $b \neq 0$ *Esempio*: $\boldsymbol{0x = 3}$

In un'equazione si distinguono il **primo membro** e il **secondo membro**, separati dal segno di uguaglianza.





- per convenzione l'incognita si indica con *x*, ma può essere una lettera qualsiasi
- i termini che non presentano l'incognita si chiamano termini noti
- nell'espressione *2x*, 2 è il coefficiente dell'incognita
- l'espressione *3y* significa 3 per *y*
- *le equazioni di primo grado ad una incognita ammettono una sola soluzione (se esiste)*

Due equazioni sono **equivalenti** se hanno la stessa soluzione.

$3x = 21$ e $2x + 9 = 4x - 5$ $x = 7$

Primo principio di equivalenza

Si ottiene una equazione *equivalente* a quella data *sommando* o *sottraendo* la stessa quantità ai membri dell'equazione.

$x + 5 = 9$

$x + 5 - 5 = 9 - 5$

$x = 4$

Secondo principio di equivalenza

Si ottiene un'equazione equivalente a quella data, *moltiplicando* o *dividendo* per lo stesso numero (diverso da 0) entrambi i membri dell'equazione.

$3x - 6 = 9$ soluzione $x = 5$

$(3x - 6) \cdot 2 = 9 \cdot 2$

$6x - 12 = 18$

soluzione $x = 5$

$(3x - 6) : 3 = 9 : 3$

$x - 2 = 3$

soluzione $x = 5$

Regola del trasporto

Un'equazione si trasforma in un'altra equivalente, *trasportando* un termine da un membro all'altro e *cambiandogli il segno*.

$x - 8 = 2$

$x = 2 + 8$ $x = 10$

Equazioni a coefficienti interi (in Z): procedimento risolutivo

Equazioni senza parentesi

$$2x+28=40+5x-6x$$

1. *Trasporto tutti i termini con l'incognita in un membro e tutti i termini noti nell'altro membro:* ***quando traporto un termine cambio il segno; se un termine rimane "fermo" il segno non si cambia***

$$2x-5x+6x=40-28$$

2. *Sommo algebricamente i termini simili*

$$3x=12$$

Quando si arriva qui, l'equazione si dice che è IN FORMA NORMALE

3. *Divido entrambi i membri per il coefficiente dell'incognita (in questo caso la x)*

$$\frac{3x}{3}=\frac{12}{3}$$ *semplifico e ottengo la soluzione* $$x=4$$

Equazioni con parentesi

$$4(-3-x)-14(x+2)+15=-15-8x$$

1. *Elimino le parentesi applicando* ***la proprietà distributiva: il termine davanti alla parentesi viene MOLTIPLICATO PER OGNI TERMINE DENTRO LA PARENTESI. In questo passaggio fare attenzione ai segni***

$$-12-4x-14x-28+15=-15-8x$$

Ho moltiplicato 4 per -3 e poi 4 per -x; nella seconda parentesi ho moltiplicato -14 per x e -14 per 2

2. *Una volta eliminate le parentesi procedo come prima*

Equazioni con frazioni o a coefficienti frazionari – 1° caso

$$\frac{1}{6}\cdot(4+x)=1-\frac{1}{9}\cdot(1-2x)$$

1. *Per prima cosa elimino le parentesi con la proprietà distributiva*

$$\frac{2}{3}+\frac{1}{6}x=1-\frac{1}{9}+\frac{2}{9}x$$

2. *Faccio il minimo comune multiplo tra TUTTI i denominatori e procedo con la somma tra frazioni (18: 3 = 6; 6x2=12….e così via…)*

$$\frac{12+3x}{18}=\frac{18-2+4x}{18}$$

3. *Applico il principio di equivalenza e moltiplico ENTRAMBI I MEMBRI PER IL DENOMINATORE COMUNE*

$$18\times\frac{12+3x}{18}=\frac{18-2+4x}{18}\times 18$$

4. *Semplifico ed **ottengo un'equazione equivalente a coefficienti interi**…e posso procedere*

$$12+3x=18-2+4x$$

Equazioni con frazioni o a coefficienti frazionari – 2° caso

$$\frac{3x-1}{4}-\frac{1}{2}=\frac{2(2x+3)}{5}-\frac{x+3}{2}$$

vedi schema specifico

VERIFICA DI UNA EQUAZIONE

Verificare un'equazione significa vedere se la soluzione rende vera l'uguaglianza.

Come si procede per verificare un'equazione?

SOSTITUIRE LA SOLUZIONE NEL TESTO DELL'EQUAZIONE:

1. Si ottengono due espressioni, a destra e sinistra dell'uguale.
2. Le espressioni vanno risolte SEPARATAMENTE, senza trasporto
3. Se alla fine si ottiene un'identità, (7=7 oppure 0=0 oppure -1/2 = -1/2….), allora la soluzione è corretta

ESEMPIO 1

10 (x + 2) + 20 = 6 (x - 2) + 22 - x **SOLUZIONE** ***x* = - 6**

Sostituisco -6 al posto della x

$$10(-6+2)+20=6(-6-2)+22-(-6)$$

Faccio i conti opportuni….Ricordo che per es 10 davanti alla parentesi senza segno significa che il 10 va moltiplicato per il contenuto della parentesi

10(-4)+20 =6(-8)+22+6

-40+20 = -48+22+6

-20 = -20

La soluzione è corretta!

ESEMPIO 2

$$8x-x-4=\frac{3}{4}x$$

Soluzione 16/25

$$8\times\frac{16}{25}-\frac{16}{25}-4=\frac{3}{4}\times\frac{16}{25}$$

$$\frac{128}{25}-\frac{16}{25}-4=\frac{12}{25}$$

$$\frac{128-16-100}{25}=\frac{12}{25} \qquad \frac{12}{25}=\frac{12}{25}$$

La soluzione è corretta!